

**LABORATORIJSKE VEŽBE IZ FIZIKE**  
**Februarski ispitni rok**

3.2.2018.

Popunjava student		Popunjava nastavnik					
Br. indeksa godina/broj	Prezime i ime	1	2	3	4	5	Σ
		6	7	8	9	10	

**Napomena:** Ispit traje 180 minuta. Prvih 60 minuta nije dozvoljen izlazak iz sale. Upotreba grafitne olovke, kalkulatora i fakultetske vežbanke je dozvoljena.

**Rešenja zadataka napisati čitko na unutrašnjoj strani dvolisnice.** Rezultate upisati **čitko** u predviđena, označena polja. Broj poena koji nosi svako označeno polje dat je u uglastim zagradama.

Dežurnom nastavniku **predati samo dvolisnice sa zadacima.**

1. Iskazati najbolju procenu tačne vrednosti mernih rezultata prikazanih u tabeli.

	Rezultat merenja $x$	Proširena kombinovana merna nesigurnost $U_c$	Broj značajnih cifara nesigurnosti $U_c$	Najbolja procena tačne vrednosti $(x \pm U_c) [ ]$
[1]	111,27 V	9,48 V	1	$(110 \pm 10) V$
[1]	5,483 g	377 mg	1	$(5,5 \pm 0,4) g$
[1]	0,345 m	24,41 mm	1	$(3,4 \pm 0,3) dm$
[1]	$2,75 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$	321 kg/m <sup>3</sup>	1	$(2,8 \pm 0,4) \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
[1]	2242,50 kJ	167,31 kJ	2	$(2240 \pm 170) kJ$
[1]	21,388 A	229,6 mA	1	$(21,4 \pm 0,3) A$

2. Za brojne vrednosti prikazane u tabeli u decimalnom zapisu odrediti broj značajnih cifara, a zatim brojne vrednosti izraziti u naučnoj notaciji na zadati broj  $m$  značajnih cifara.

	Decimalni zapis	Broj značajnih cifara $n$	Broj značajnih cifara $m$	Naučna notacija
[1]	87005	<b>5</b>	1	$9 \cdot 10^4$
[1]	0,2502	<b>4</b>	2	$2,5 \cdot 10^{-1}$
[1]	0,00745	<b>3</b>	2	$7,4 \cdot 10^{-3}$
[1]	220,5	<b>4</b>	3	$2,20 \cdot 10^2$
[1]	642227	<b>6</b>	3	$6,42 \cdot 10^5$
[1]	0,0005504	<b>4</b>	1	$6 \cdot 10^{-4}$

3. Gustina tela ( $\rho$ ) oblika pravog valjka određuje se na bazi merenja mase ( $m$ ), prečnika osnove ( $d$ ) i visine valjka ( $H$ ). Nesigurnost merenja mase je  $u_m$ , nesigurnost merenja prečnika osnove je  $u_d$ , a nesigurnost merenja visine valjka je  $u_H$ . Izvesti izraz za relativnu standardnu kombinovanu mernu nesigurnost merenja gustine  $u_{\rho}/\rho$ . Smatrali da su merenja mase, prečnika osnove i visine valjka međusobno nekorelisane veličine i da merenja nisu ponavljanja.

[1] $\rho = \frac{4m}{d^2 \pi H}$	[1] $\frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{4}{d^2 \pi H}$	[1] $\frac{\partial \rho}{\partial d} = -\frac{8m}{d^3 \pi H}$	[1] $\frac{\partial \rho}{\partial H} = -\frac{4m}{d^2 \pi H^2}$
[1] $u_{\rho} = \frac{4m}{d^2 \pi H} \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2u_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{u_H}{H}\right)^2}$	[1] $u_{\rho}/\rho = \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2u_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{u_H}{H}\right)^2}$		

4. Pri merenju mase instrumentom rezolucije 0,1 g dobijena srednja vrednost uzorka iznosi 300,15 g. Odstupanja pojedinačnih rezultata od srednje vrednosti uzorka prikazana su u tabeli.

Redni broj merenja $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Odstupanje $a_i$ [g]	0,3	0,2	-0,4	0,1	-0,3	-0,5	0,6	-0,7	0,4	?

Izračunati:

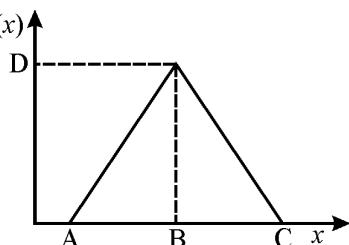
- a) deseto po redu odstupanje  $a_{10}$ , standardno odstupanje uzorka  $s$  i standardno odstupanje srednje vrednosti  $s_{xs}$ ,
- b) standardnu mernu nesigurnost tip A  $u_A$  i standardnu mernu nesigurnost tip B  $u_B$  (usvojiti uniformnu raspodelu),
- c) standardnu kombinovanu mernu nesigurnost  $u_C$  i proširenu mernu nesigurnost  $U_c$  (usvojiti Gausovu raspodelu na interval statističke sigurnosti od 95%). Proširenu mernu nesigurnost  $U_c$  zaokružiti na jednu značajnu cifru. Iskazati najbolju procenu tačne vrednosti ( $x_s \pm U_c$ ).

Sve međurezultate ( $s$ ,  $s_{xs}$ ,  $u_A$ ,  $u_B$  i  $u_C$ ) zaokružiti na tri decimale.

[1] $a_{10} = 0,3$ g	[1] $s = 0,440$ g	[0,5] $s_{xs} = 0,139$ g	[0,5] $u_A = 0,139$ g	[0,5] $u_B = 0,029$ g	[0,5] $u_C = 0,142$ g
		[1] $U_c = 0,3$ g	[1] $(x_s \pm U_c)$ [ ]	$= (300,2 \pm 0,3)$ g	

5. Pri merenju napona digitalnim voltmetrom rezolucije 0,2 V izmerena je vrednost od 12,8 V. Ako se za mernu nesigurnost instrumenta usvoji trougaona raspodela, odrediti:

- a) brojne vrednosti u tačkama A, B, C i D na prikazanom grafiku,
- b) standardnu mernu nesigurnost  $u_B$  i proširenu mernu nesigurnost  $U_B$  digitalnog voltmetra,
- c) najbolju procenu tačne vrednosti izmerene vrednosti napona ( $x \pm U$ ),
- d) verovatnoću  $P$  da se izmerena vrednost nalazi u intervalu od 12,75 V do 12,9 V.



[0,5] $A = 12,7$ V	[0,5] $B = 12,8$ V	[0,5] $C = 12,9$ V	[1] $D = 10 \text{ V}^{-1}$	[0,5] $u_B = \frac{0,1}{\sqrt{6}}$ V	[1] $U_B = 0,1$ V
[1] $(x \pm U) = (12,8 \pm 0,1)$ V		[1] $P (\%) = 87,5\%$			

Popunjavanje student	
Br. indeksa godina/broj	Prezime i ime

---

6. Žica početne dužine  $l = 381,00$  cm i prečnika  $d = 0,98$  mm opterećena je tegom mase  $m = 4$  kg. Izmereno apsolutno istezanje pri datom opterećenju iznosi  $1,02$  mm. Rezolucija instrumenta za merenje dužine žice i apsolutnog istezanja žice je  $0,02$  mm, a rezolucija instrumenta za merenje prečnika žice je  $0,01$  mm. Sve nesigurnosti izmerenih veličina ( $u_l$  i  $u_d$ ) su međusobno nekorelirane i za sve se usvaja uniformna raspodela. Izračunati modul elastičnosti žice (za  $\pi = 3,14$ ) i rezultat izraziti u obliku ( $E \pm U$ ). Za proširenu kombinovanu mernu nesigurnost usvojiti Gausovu raspodelu na intervalu statističke sigurnosti  $99,7\%$ . Proširenu mernu nesigurnost zaokružiti na jednu značajnu cifru. Gravitaciono ubrzanje zemljine teže je  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>.

[0,5] $E_Y = \frac{4mg}{\pi d^2} \cdot \frac{l}{\Delta l}$ (izraz)	[0,5] $E_Y = 1,94 \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup> (brojna vrednost u naučnoj notaciji na 2 decimale)	[2,5] $u_{E_Y} = E_Y \sqrt{\left(\frac{u_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{u_d}{d}\right)^2 + \left(2 \frac{u_m}{m}\right)^2}$ (izraz)	[1] $u_{E_Y} = 1,6 \cdot 10^9$ N/m <sup>2</sup> (brojna vrednost u naučnoj notaciji na 1 decimalu)
		[0,5] $U_{E_Y} = 5 \cdot 10^9$ N/m <sup>2</sup> (zaokružena vrednost na jednu značajnu cifru)	[1] $(E_Y \pm U_{E_Y}) [ ] = (1,94 \pm 0,05) \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>

---

7. Pri merenju gravitacionog ubrzanja pomoću matematičkog klatna izmeren je period oscilovanja  $T$  za više različitih dužina klatna  $l$ . Koeficijent pravca optimalne prave dobijen na osnovu eksperimentalnog postupka iznosi  $a = 4,015$  s<sup>2</sup>/m.

- a) Koliko iznosi izmerena vrednost gravitacionog ubrzanja  $g_M$  (za  $\pi=3,14$ )? Rezultat zaokružiti na tri decimale.
- b) Ako je uslovno tačna vrednost gravitacionog ubrzanja za Beograd  $g_{BG} = 9,806$  m/s<sup>2</sup>, koliko iznosi relativna greška merenja  $\varepsilon_r$ . Relativnu grešku izraziti u procentima i zaokružiti na dve decimale.
- c) Ako je jedan par rezultata merenja (63 cm, 1,78 s), da li se tom paru odgovarajuća tačka A nalazi iznad ili ispod optimalne prave?

[1,5] $g_M = \frac{4\pi^2}{a}$ (izraz)	[1] $g_M = 9,823$ m/s <sup>2</sup> (zaokružena vrednost)	[1] $\varepsilon_r = \frac{g_M - g_{BG}}{g_{BG}}$ (izraz)	[1] $\varepsilon_r [\%] = 0,17\%$ (zaokružena vrednost)	[1,5] A: Iznad optimalne prave.
--	--	---	---	------------------------------------

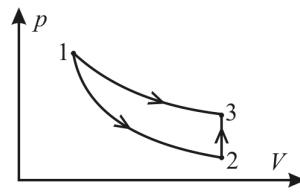
8. Koristeći metodu određivanja brzine zvuka pomoću Kundt-ove cevi, odrediti brzinu zvuka u metalnom štalu  $c_m$ , u vazduhu  $c_v$  (zaokružiti na celobrojne vrednosti) i Young-ov modul elastičnosti metala  $E_Y$  (zaokružiti na jednu decimalu u naučnoj notaciji), ako je štap načinjen od aluminijuma gustine  $\rho = 2,7 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>. Podaci dobijeni merenjem: broj Kundt-ovih figura  $n = 10$ , frekvencija generatora  $v_g = 1250$  Hz, dužina metalnog štapa  $l_m = 0,95$  m, dužina vazdušnog stuba  $l_v = 0,90$  m. Ako je merenjem tačnjim instrumentom dobijena vrednost Young-ovog modula elastičnosti za aluminijum  $E_{YT} = 6,9 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup> (tabelarna vrednost), odrediti relativnu grešku merenja (u procentima, zaokružiti na jednu decimalu).

[1] $c_m = 4v_g l_m$ (izraz)	[0,5] $c_m = 4750$ m/s (brojna vrednost)	[1] $c_v = \frac{4v_g l_v}{n}$ (izraz)	[0,5] $c_v = 450$ m/s (brojna vrednost)
[1] $E_Y = c_m^2 \cdot \rho$ (izraz)	[1] $E_Y = 6,1 \cdot 10^{10}$ N/m <sup>2</sup> (brojna vrednost)	[1] $\varepsilon_r [\%] = -11,6\%$	

---

**9.** Koristeći metodu *Clement-Desormes-a* za određivanje odnosa specifičnih toplota  $c_p/c_v$  za vazduh, dobijeni su rezultati prikazani u tabeli.

Redni broj merenja	$h_1$ [mm Hg]	$h_2$ [mm Hg]
1	92	27
2	84	22
3	87	25
4	74	18
5	79	21



- a) Izračunati odnos  $c_p/c_v$  za vazduh. Rezultat zaokružiti na dve decimale.
- b) Ako se usvoji da je vazduh dvoatomni gas, odrediti teorijsku vrednost odnosa  $\kappa = c_p/c_v$ .
- c) Odrediti relativnu grešku merenja u odnosu na teorijski izračunatu vrednost (u procentima, zaokružiti na jednu decimalu).
- d) Kojim procesima odgovaraju krive 1 – 2, 2 – 3 i 1 – 3 na prikazanom  $p$  –  $V$  dijagramu.
- e) Koliko iznosi brzina zvuka  $c$  u vazduhu za izmerenu vrednost odnosa  $c_p/c_v$  na pritisku od 755 mmHg. Gustina vazduha je  $1,25 \text{ kg/m}^3$ , gustina žive je  $13600 \text{ kg/m}^3$  i gravitaciono ubrzanje  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Rezultat zaokružiti na celobrojnu vrednost.

[1] $c_p/c_v = 1,37$	[0,5] $\kappa = 1,4$	[1] $\varepsilon_r (\%) = -2,1\%$	[1,5] 1 – 2: Adijabatski proces 2 – 3: Izohorski proces 1 – 3: Izotermni proces	[2] $c = 332 \text{ m/s}$
-------------------------	-------------------------	--------------------------------------	--	------------------------------

**10. a)** Voda mase  $0,3 \text{ kg}$  na temperaturi od  $5^\circ\text{C}$  nalazi se u posudi koja se zagreva grejačem konstantne snage od  $800 \text{ W}$ . Proces zagrevanja se prati do trenutka kada se polovina supstance prevede u paru. Odrediti količinu toplotе  $Q_1$  koja se utroši u ovom procesu, kao i vreme trajanja čitavog procesa  $t_1$ . Rezultat izraziti u minutima i zaokružiti na celobrojnu vrednost.

b) U posudi se nalazi  $0,5 \text{ kg}$  leda i komad gvožđa mase  $300 \text{ g}$  na temperaturi od  $-15^\circ\text{C}$ . Kolika treba da bude početna temperatura vode  $t_v$  mase  $2 \text{ kg}$ , pa da posle njenog dosipanja u posudu temperatura smeše bude  $25^\circ\text{C}$ . Rezultat zaokružiti na celobrojnu vrednost.

Specifične toplotе su:  $2 \text{ kJ/(kgK)}$  za led,  $4,2 \text{ kJ/(kgK)}$  za vodu i  $0,48 \text{ kJ/(kgK)}$  za gvožđe.

Toplota topljenja leda je  $336 \text{ kJ/kg}$ , a toplota isparavanja vode je  $2260 \text{ kJ/kg}$ .

[1] $Q_1 = mc\Delta T + mq/2$ (izraz)	[0,5] $Q_1 = 458,7 \text{ kJ}$ (brojna vrednost)	[0,5] $t_1 = 10 \text{ min}$	[4] $t_v = 54^\circ\text{C}$
---	--	---------------------------------	---------------------------------